



گزینهدو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

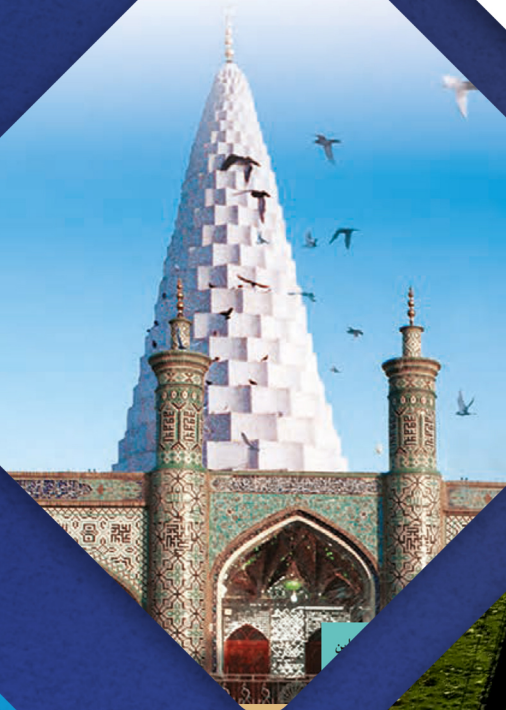
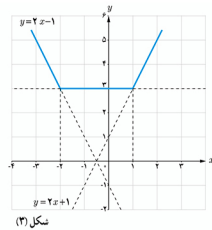
ویژه پایه یازدهم

اسفند ۱۴۰۳

دفترچه پاسخ تشریحی

ارزشیابی تشریحی مرحله ۳

حسابان ۱ (رشته ریاضی و فیزیک)



۱۴۰۳_۱۴۰۴



SanjeshCloud

www.SanjeshCloud.ir

● معاون تولید محتوا: علی الفتی

● مدیر پروژه ارزشیابی تشریحی: سید ایمان مصلح

طراحان

طراحان

گروه عمومی
علی اکبر آخوندی
۱۳۹۹گروه انسانی
علی اکبر آخوندی
۱۳۹۹ادبیات
فارسیمسئولین درس:
عماد فیض آبادی
محسن ابراهیم تهرانیابوالفضل غلامی • افشین محی الدین • احسان محسنی
عماد فیض آبادی • محسن ابراهیم تهرانیدین و
زندگیمسئولین درس:
علی اکبر آخوندی
زهرا محمدیمحمد کریمی • علیرضا دلشاد • علی اکبر آخوندی
زهرا محمدی • محبوبه ابتهسامزبان
انگلیسی

مسئول درس: سعید ابراهیمی

علی عاشوری • سعید ابراهیمی • امین امیدوار

علوم و
فنون ادبی

مسئول درس: فاطمه اکران

فاطمه اکران • گلاویژ جلالی • مینا پزنگ
مهراوه مجتهدجامعه
شناسیمسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفریفروغ تیموریان • آریتا بیدقی • علیرضا مختاری
الهام میرزایی • آزاده میرزایی • الهام رضاییروان
شناسیمسئول درس: سیده ضحی سکاکی
دستیار: حسین اصفهانی

مهدی پارچه باف

زبان
عربیمسئولین درس:
پویا رضاداد
مائده خدایاری
دستیار: سارا حمزهاسرافیل قربان پور • محسن احدی • کیارش پورمهدی
امینه کارآمد • زهرا فرزانه

تاریخ

مسئول درس: الناز گنج کار
دستیار: الهه ریاحی نسبمهسا اصغری • سامان بهری • زهره قموشی
الهه ریاحی نسب

جغرافیا

مسئول درس: وجیهه صادقی

بهرروز یحیی • مهسا اصغری • الهه ریاحی نسب

فلسفه
و منطق

مسئول درس: نگین تربتی

اکرم یاسری • حسین صادقی • سیاوش خداشناس

اقتصاد

مسئول درس: امیر محمدبیگی
دستیار: محمدرضا مبارکی

آیدانا رستمی

هویت
اجتماعیمسئول درس: الهام رضایی
دستیار: فاطمه صفری

رضا کیانپور





-۱

الف) نادرست؛ تابع f یک به یک نیست (یک سهمی است)، پس وارون پذیر نیست.

ب) درست؛ دامنه هر دو تابع $f+g$ و $f \cdot g$ برابر $D_f \cap D_g$ است.

ج) درست؛ هر تابع نمایی به فرم $y = a^x$ از نقطه $(0, 1)$ می‌گذرد.

د) نادرست؛ به طور مثال $\log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = 1$ ، عبارت گفته شده تنها زمانی که پایه لگاریتم عددی بزرگ‌تر از ۱ باشد، درست است.

-۲

الف) $(-1, 2)$

نکته: اگر رابطه بین دو مجموعه به صورت زوج‌های مرتب داده شده باشد، رابطه‌ای را که از جابجایی دو مؤلفه هر زوج مرتب رابطه به دست می‌آید، وارون آن رابطه می‌نامیم.

اگر f یک تابع باشد وارون آن را با f^{-1} نمایش می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$f^{-1} = \{(y, x) \mid (x, y) \in f\}$$

اگر f^{-1} تابع باشد، آن‌گاه f را وارون پذیر (معکوس پذیر) و f^{-1} را «تابع وارون» f می‌نامیم. با توجه به نکته، داریم:

$$A(2, -1) \in f \Rightarrow A'(-1, 2) \in f^{-1}$$

ب) -۲

نکته: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ باشد، داریم:

$$a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

$$9^{2a+1} = 27^a \Rightarrow 3^{4a+2} = 3^{3a} \Rightarrow 4a+2 = 3a \Rightarrow a = -2$$

ج) $\log_{\frac{1}{2}} x$

نکته: $y = \log_a x \Leftrightarrow a^y = x$

د) $\frac{3\pi}{4}$

نکته: اگر D اندازه زاویه‌ای برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن‌گاه:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{135^\circ}{180^\circ} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow \frac{3}{4} = \frac{R}{\pi} \Rightarrow R = \frac{3\pi}{4}$$

-۳

الف) گزینه ۴

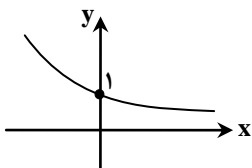
نکته: $a^{\log_a b} = b$ ($a > 0, a \neq 1$)

عبارت را ساده می‌کنیم:

$$4^{\log_2 5} = (2^2)^{\log_2 5} = (2^{\log_2 5})^2 = 5^2 = 25$$

ب) گزینه ۲

نمودار تابع $y = a^x$ ($0 < a < 1$) به شکل مقابل و کاهشی است. حالا نمودار را در راستای محور y ها، یک واحد به سمت پایین منتقل کرده و شکل مورد نظر به دست می‌آید.



ج) گزینه ۴

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب $g \circ f$ با f را با $g \circ f$ نمایش می‌دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می‌کنیم؛ به شرط آن که مقادیر f در دامنه g قرار داشته باشند:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x))$$

ضابطه تابع $g \circ f$ را در دامنه آن یعنی R به دست می‌آوریم:

$$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = \sqrt{x^2} = |x|$$



نکته: به طور کلی اگر f و g دو تابع باشند، توابع $f+g$ ، $f-g$ ، $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ به صورت زیر تعریف می شوند:

$$\begin{aligned} (f+g)(x) &= f(x)+g(x) & D_{f+g} &= D_f \cap D_g \\ (f-g)(x) &= f(x)-g(x) & D_{f-g} &= D_f \cap D_g \\ (f \cdot g)(x) &= f(x) \cdot g(x) & D_{f \cdot g} &= D_f \cap D_g \\ \left(\frac{f}{g}\right)(x) &= \frac{f(x)}{g(x)} & D_{\frac{f}{g}} &= D_f \cap D_g - \{x \mid g(x) = 0\} \end{aligned}$$

با توجه به اینکه ضابطه تابع $g(x)$ به صورت $g(x) = -2$ است، مقادیر خواسته شده را به دست می آوریم: (دقت داریم که مقادیر خواسته شده در دامنه تابع وجود دارد.)

الف) $(f+g)(15) = f(15) + g(15) \xrightarrow{\frac{f(15)=\sqrt{16}=4}{g(15)=-2}} (f+g)(15) = 4 + (-2) = 2$

ب) $(f \cdot g)(-1) = f(-1) \times g(-1) \xrightarrow{\frac{f(-1)=\sqrt{0}=0}{g(-1)=-2}} (f \cdot g)(-1) = (0) \times (-2) = 0$

ج) $\left(\frac{g}{f}\right)(\lambda) = \frac{g(\lambda)}{f(\lambda)} \xrightarrow{\frac{g(\lambda)=-2}{f(\lambda)=\sqrt{4}=2}} \left(\frac{g}{f}\right)(\lambda) = \frac{g(\lambda)}{f(\lambda)} = -\frac{2}{3}$

(الف)

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می آوریم. ابتدا ضابطه f^{-1} را به دست می آوریم:

$$y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow y-2 = (x-1)^2 \Rightarrow \pm \sqrt{y-2} = x-1$$

با توجه به اینکه دامنه تابع f به صورت $(-\infty, 1)$ است، در نتیجه علامت منفی قابل قبول است:

$$-\sqrt{y-2} = x-1 \Rightarrow x = -\sqrt{y-2} + 1 \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ عوض می کنیم.}} y = -\sqrt{x-2} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = -\sqrt{x-2} + 1$$

(ب)

نکته: $D_f = R_{f^{-1}}$

نکته: $R_f = D_{f^{-1}}$

$D_{f^{-1}} = (2, +\infty)$

$R_{f^{-1}} = (-\infty, 1)$

(الف)

نکته: $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\}$

برای به دست آوردن دامنه $g \circ f$ ابتدا دامنه توابع f و g را نوشته، سپس در تعریف دامنه $g \circ f$ قرار می دهیم:

$D_f = \{0, 3, 2, 1, -2\}$

$D_g = \{2, -2, 0, 4, 3\}$

$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{2, -2, 1\}$

(ب)

نکته: اگر f و g دو تابع باشند، ترکیب f با g را با $f \circ g$ نمایش می دهیم و آن را به صورت زیر تعریف می کنیم؛ به شرط آن که مقادیر g در دامنه f قرار داشته باشند:

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$

$f \circ g = \{(0, 1), (4, -1)\}$

(ج) با توجه به اینکه $f(0) = 1$ است، پس $f^{-1}(1) = 0$ و بنابراین:

$g \circ f^{-1}(1) = g(0) = 0$



-۷

نکته: برای به دست آوردن ضابطه تابع وارون یک تابع یک به یک مانند f ، در معادله $y = f(x)$ در صورت امکان x را بر حسب y محاسبه می‌کنیم، سپس با تبدیل y به x ، $f^{-1}(x)$ را به دست می‌آوریم. ابتدا ضابطه f^{-1} را به دست می‌آوریم:

$$y = 2x - 1 \Rightarrow y + 1 = 2x \Rightarrow x = \frac{y+1}{2} \xrightarrow{\text{جای } x \text{ و } y \text{ را عوض می‌کنیم.}} y = \frac{x+1}{2} \Rightarrow f^{-1}(x) = \frac{x+1}{2}$$

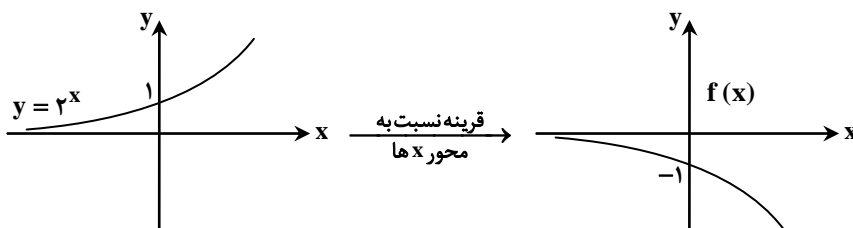
حالا ضابطه $(f^{-1} \circ f)(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$(f^{-1} \circ f)(x) = f^{-1}(f(x)) = f^{-1}(2x - 1) = \frac{(2x - 1) + 1}{2} = \frac{2x}{2} = x$$

-۸

(الف)

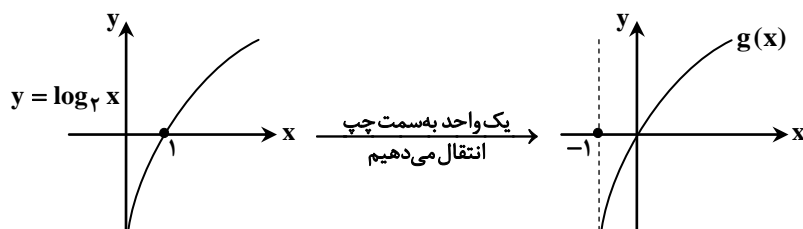
نکته: نمودار $y = -f(x)$ قرینه نمودار $y = f(x)$ نسبت به محور طول هاست. ابتدا نمودار $y = 2^x$ را رسم کرده، سپس نمودار حاصل را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم.



دامنه: \mathbb{R}
برد: $(-\infty, 0)$

(ب)

نکته: برای رسم نمودار $y = f(x+k)$ ، اگر $k > 0$ باشد، کافی است نمودار تابع $f(x)$ را k واحد در جهت افقی به سمت چپ انتقال دهیم و برای $k < 0$ ، این انتقال به اندازه $|k|$ واحد به سمت راست انجام می‌شود. ابتدا نمودار $y = \log_2 x$ را رسم کرده، سپس نمودار حاصل را یک واحد به سمت چپ منتقل می‌کنیم.



دامنه: $(-1, +\infty)$
برد: \mathbb{R}

-۹

نکته: $\log_a b^n = n \log_a b$

الف) $\log_2 16 = \log_2 2^4 = 4 \log_2 2 = 4$

ب) $\log_{\frac{1}{2}} 27 = \log_{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = -3 \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} = -3$

ج) $\log \sqrt[3]{0.1} = \frac{1}{3} \log 0.1 = \frac{1}{3} \log \frac{1}{10} = \frac{1}{3} \log 10^{-1} = -\frac{1}{3} \log 10 = -\frac{1}{3}$

-۱۰

نکته: $\log_c ab = \log_c a + \log_c b$

نکته: $\log_c \frac{a}{b} = \log_c a - \log_c b$

ابتدا هر کدام از عبارات را به صورت جداگانه ساده می‌کنیم:

$$\log \sqrt{27} = \log \sqrt{3^3} = \log 3^{\frac{3}{2}} = \frac{3}{2} \log 3 \stackrel{\log 3 = b}{=} \frac{3}{2} b$$

$$\log 50 = \log (5 \times 10) = \log 5 + \log 10 = \log \frac{10}{2} + 1 = \log 10 - \log 2 + 1 = 1 - \log 2 + 1 \stackrel{\log 2 = a}{=} 2 - a$$

بنابراین:

$$A = \log \sqrt{27} + \log 50 = \frac{3}{2} b + 2 - a$$

دقت داریم که در مراحل ساده‌سازی چون صورت سؤال مقدار $\log 2$ را به ما داده بود و ما در محاسبات $\log 5$ به دست آوردیم، برای تبدیل، از

تساوی $\frac{10}{2} = 5$ استفاده کردیم.



-۱۱

نکته: اگر $a > 0$ و $a \neq 1$ ، آن گاه از تساوی $\log_a x = \log_a y$ می توان نتیجه گرفت $x = y$ و بالعکس.
الف) با استفاده از روابط، داریم:

$$\log_2 x - \log_2(x-1) = 1 \Rightarrow \log_2 \frac{x}{x-1} = \log_2 2 \Rightarrow \frac{x}{x-1} = 2 \Rightarrow 2x - 2 = x \Rightarrow x = 2$$

با توجه به اینکه $x = 2$ در معادله صدق می کند، پس قابل قبول است.

ب) با توجه به اینکه $\log_b a \times \log_a b = 1$ است، معادله را در $\log_2 x$ ضرب می کنیم.

$$(\log_2 x)^2 + \log_2 x \times \log_x 2 = 2 \log_2 x \xrightarrow{\log_2 x \times \log_x 2 = 1} (\log_2 x)^2 + 1 = 2 \log_2 x$$

$$(\log_2 x)^2 - 2 \log_2 x + 1 = 0 \Rightarrow (\log_2 x - 1)^2 = 0 \Rightarrow \log_2 x = 1 \Rightarrow x = 2$$

می توان طرفین معادله را در $\log_x 2$ نیز ضرب کرد.

راه حل دوم:

با تغییر متغیر $\log_2 x = a$ ، داریم:

$$a + \frac{1}{a} = 2 \Rightarrow a^2 - 2a + 1 = 0 \Rightarrow (a-1)^2 = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow \log_2 x = 1 \Rightarrow x = 2$$

می توان $\log_x 2 = a$ را نیز در نظر گرفت.

-۱۲

نکته: ریشتر، مقیاسی برای اندازه گیری بزرگی زمین لرزه و نماد میزان انرژی آزاد شده در زلزله است. اگر بزرگی زمین لرزه برابر M در مقیاس ریشتر باشد، مقدار انرژی آزاد شده برحسب ارگ (Erg) از رابطه زیر حاصل می شود:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

الف) مطابق فرض $M = 6/8$ و داریم:

$$\log E = 11/8 + (1/5)(6/8) \Rightarrow \log E = 11/8 + 10/2 \Rightarrow \log E = 22 \Rightarrow E = 10^{22}$$

ب) مطابق فرض $E = 10^{17/8}$ و داریم:

$$\log 10^{17/8} = 11/8 + (1/5)M \Rightarrow 17/8 \log 10 = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow 17/8 = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow 6 = 1/5 M \Rightarrow M = 4$$

-۱۳

نکته: اگر D اندازه زاویه ای برحسب درجه و R اندازه آن برحسب رادیان باشد، آن گاه:

$$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

نکته: همواره بین اندازه یک زاویه مانند θ برحسب رادیان و طول کمان l روبه رو به آن در یک دایره به شعاع r رابطه زیر برقرار است:

$$\theta = \frac{l}{r}$$

ابتدا زاویه $\theta = 72^\circ$ را برحسب رادیان به دست می آوریم:

$$\frac{72^\circ}{180^\circ} = \frac{\theta}{\pi} \Rightarrow \theta = \frac{2\pi}{5}$$

حال برای به دست آوردن طول کمان، داریم:

$$\theta = \frac{l}{r} \Rightarrow \frac{2\pi}{5} = \frac{l}{2/5} \Rightarrow l = \pi$$

-۱۴

د) شکل ۳

ج) شکل ۲

ب) شکل ۵

الف) شکل ۴